Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România — **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”

ediţia a XVI-a

Galaţi, 31 octombrie 2015

Clasa a VIII -a

Problema 1.

a) Determinaţi valorile reale ale lui x şi y pentru care avem
$\left|(3\cdot x-2\cdot y)^2-4\cdot x-2\cdot y+14\right|+(7-2\cdot x-y)^2+4\cdot x+2\cdot y=14$.

b) Să se determine valorile naturale ale lui x și y pentru care $x^2+3\cdot y=16\cdot y^2+4$.

Problema 2.

Fie $ABCD$ un trapez oarecare cu bazele AB şi CD, iar $CD<AB$. Se construiesc cercurile C_1 de centru O_1 și diametru BC, C_2 de centru O_2 și diametru AD, iar pe baza mică CD ca diametru, se construiește semicercul (Γ) exterior trapezului. Notăm cu E și F mijloacele bazelor AB și CD. Fie punctul $P\in(\Gamma)$. Dreptele PC și PD intersectează din nou cercurile C_1, C_2 respectiv în punctele M, N și notăm cu Q punctul de intersecție al dreptelor MB și NA.

a) Să se demonstreze că $FP\,||\,EQ$.

b) Dacă punctul $P\in(\Gamma)$ este variabil, să se demonstreze că punctul K de intersecție al dreptelor MO_1 și NO_2 descrie un arc de cerc.

Problema 3.

Fie A o mulțime de numere naturale nenule cu cel puțin două elemente. Se știe că pentru orice numere $a,b\in A,\ a>b,$ avem $\dfrac{[a,b]}{a-b}\in A$. Să se demonstreze că mulțimea A are exact 2 elemente. ($[a,b]$ semnifică cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b **)**

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.
Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.
Timp de lucru : 2 ore, 30 minute